

水库群水电站短期调度的整数规划方法

贾江涛^{1,2}, 翟桥柱^{1,2}, 管晓宏^{1,2}, 吴宏宇^{1,2}, 李庆海³

(1. 西安交通大学制造系统国家重点实验室, 710049, 西安; 2. 智能网络与网络安全教育部重点实验室, 710049, 西安; 3. 西北电网有限公司, 710048, 西安)

摘要: 针对水库群水电站短期调度问题,在综合考虑非线性水电转换关系、机组最小开关机时间、水流延时、库容及河道容量约束等众多因素的情况下,建立了一种混合整数规划调度模型. 引入了最小开关机时间约束,以限制机组频繁启停. 对非线性水电转换关系采用分段线性化方法,通过引入辅助整数变量将模型转换为线性混合整数规划问题,在此基础上采用 CPLEX 优化软件包求解. 对包含 3 个水库 12 台机组的一个模拟系统的测试结果表明,所建模型及相关的线性化方法能灵活处理水库群水电站短期调度中的多种复杂因素.

关键词: 水电站; 短期调度; 混合整数规划

中图分类号: TM74 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2008)08-1006-04

Mixed Integer Programming Based Method for Short-Term Scheduling of Hydroelectric Plants

JIA Jiangtao^{1,2}, ZHAI Qiaozhu^{1,2}, GUAN Xiaohong^{1,2}, WU Hongyu^{1,2}, LI Qinghai³

(1. State Key Laboratory for Manufacturing Systems, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. MOE Key Laboratory for Intelligent Networks and Network Security, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 3. Northwest China Grid Company Limited, Xi'an 710048, China)

Abstract: The scheduling problem for short-term hydroelectric plants is studied. The nonlinear hydroelectric production functions, minimum-down/up time of hydro units, time delay between reservoirs and capacity limits of reservoirs and rivers are all considered in the model and a mixed integer programming is then formulated. Constraints on minimum-down/up time are added to prevent the units from being started-up/shut-down frequently. The nonlinear hydroelectric production functions are replaced by piecewise linear approximations and auxiliary integer variables are introduced such that the problem is re-formulated as a mixed integer linear programming. CPLEX package is adopted to solve the problem. Numerical testing results for a system with 3 reservoirs and 12 hydro units show that the model and the piecewise linear approximation techniques work well with the complex formulation of short-term hydroelectric plants scheduling.

Keywords: hydroelectric plant; short-term scheduling; mixed integer programming

短期水电调度属于大规模、离散、非线性混合整数规划问题,目前常见的短期水电调度方法有:网络流法^[1]、动态规划法^[2]、遗传算法^[3]、Lagrange 松弛法^[4-5]等,它们采用的数学模型针对实际问题均有不同程度的简化.

本文在文献[5]的基础上建立了一种较为全面的数学模型,即在发电机组方面引入了最小开关机时间约束,以限制机组频繁启停,并在水库、河道方面综合考虑了水库之间的水流延时及河道流量限制,以使模型更符合实际情况. 对于非线性的水电转

换关系函数,首先采用分段线性内插法获得机组出力,然后通过引入 0-1 变量来指示实际出力所处区段,从而实现了复杂、非线性水电转换关系的线性化表示.对于其他非线性约束,采用文献[6]的方法进行线性化处理,进而将数学模型转换为线性混合整数规划问题,最后采用 CPLEX 软件包进行求解.

1 短期水电调度数学模型

设 T 为调度周期, I 为水库总数, J_i 为第 i 个水库中的机组数目, $t(t=1, 2, \dots, T)$ 为调度时段编号,则水库群水电站短期优化调度模型为

$$\max J = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{J_i} (\lambda_t g_{i,j,t} \delta - S_{i,j,t}) \quad (1)$$

式中: λ_t 为第 t 时段电价; $S_{i,j,t}$ 、 $g_{i,j,t}$ 分别为第 i 个水库上第 j 个机组在 t 时段的启停费用和发电功率; δ 为调度时段的长度.

单机组发电量是以用水量、水库水位等为变量的非线性复杂函数,若水头对机组的影响比较小,可视发电用水量为一元函数(通常为非线性或分段线性函数),则有

$$g_{i,j,t} = F_{i,j}(q_{i,j,t}) \quad (2)$$

式中: $F_{i,j}$ 为第 i 个水库上第 j 个机组的水电转换关系函数; $q_{i,j,t}$ 为第 i 个水库上第 j 个机组在 t 时段的发电用水量.有关详细的水电转换关系可以参见文献[7].

模型将受如下约束.

(1) 水电单机组约束,包括:①离散状态转移约束;②最小开关机时间约束;③发电能力约束;④初始状态约束.

(2) 河道段流量约束和水库约束,其中水库约束包括:①初始与终止时刻水库库容限制约束;②水库库容限制约束;③库容平衡约束.

以上约束为复杂的非线性混合约束,数学表达式可参见文献[5].

2 数学模型转换及求解

离散状态转移约束^[6]的转化式为

$$\left. \begin{aligned} z_{i,j,t} - z_{i,j,t-1} &= y_{i,j,t-1} - x_{i,j,t-1} \\ y_{i,j,t} + x_{i,j,t} &\leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $z_{i,j,t}$ 为第 i 个水库上第 j 个机组在 t 时段的 0-1 状态变量,取 1 时表示该机组在本时段处于开机状态,否则为 0; $y_{i,j,t}$ 、 $x_{i,j,t}$ 为 0-1 变量,分别表示第 i 个水库上第 j 个机组在 t 时段的开、关机操作,取 1 时,表示该机组在本时段末进行开、关机操作,否则

为 0.

水电机组的最小开关机时间约束^[8]的转化式为

$$\left. \begin{aligned} y_{i,j,t} + \sum_{m=t+1}^{\min\{T, \bar{\tau}_{i,j}-1\}} x_{i,j,m} &\leq 1 \\ x_{i,j,t} + \sum_{m=t+1}^{\min\{T, \underline{\tau}_{i,j}-1\}} y_{i,j,m} &\leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $\bar{\tau}_{i,j}$ 、 $\underline{\tau}_{i,j}$ 分别表示第 i 个水库上第 j 个机组的最小开、关机时间.

水电机组的初始状态约束的转化式如下.

(1) 若初始时刻机组处于关机状态,且 $-\underline{\tau}_{i,j} < u_{i,j}^0 < 0$ 时,则有

$$\sum_{t=1}^{\bar{\tau}_{i,j}+u_{i,j}^0} y_{i,j,t} = 0 \quad (5)$$

式中: $u_{i,j}^0$ 表示第 i 个水库上第 j 个机组,在调度周期开始已连续开机(取正值)或关机(取负值)的时段数.

(2) 若初始时刻机组处于开机状态,且 $0 < u_{i,j}^0 < \bar{\tau}_{i,j}$, 则有

$$\sum_{t=1}^{\bar{\tau}_{i,j}-u_{i,j}^0} x_{i,j,t} = 0 \quad (6)$$

可采用分段线性化的方法^[9]将非线性水电转换关系线性化.在非线性水电转换关系曲线上有 $N_{i,j}$ 个转折点 $(q_{i,j}^n, g_{i,j}^n)$, $n=1, \dots, N_{i,j}$ (通常为最高效率点),其满足

$$g_{i,j}^n = F_{i,j}(q_{i,j}^n) = \varphi(q_{i,j}^n) \quad (7)$$

式中: $\varphi(\cdot)$ 为分段线性插值函数.点 $q_{i,j}^n$ ($n=1, \dots, N_{i,j}$) 可将用水量区间 $[q_{i,j}^1, q_{i,j}^{N_{i,j}}]$ 分为 $N_{i,j}-1$ 个小区间,对于某一整数 k ($k=1, 2, \dots, N_{i,j}-1$),当 $q_{i,j,t} \in [q_{i,j}^k, q_{i,j}^{k+1}]$, 一定存在变量 $R_{i,j}^k \in [0, 1]$, 使得

$$q_{i,j,t} = R_{i,j}^k q_{i,j}^k + (1 - R_{i,j}^k) q_{i,j}^{k+1} \quad (8)$$

那么,由线性函数的性质知

$$\varphi(q_{i,j,t}) = R_{i,j}^k \varphi(q_{i,j}^k) + (1 - R_{i,j}^k) \varphi(q_{i,j}^{k+1}) \quad (9)$$

这样就可以通过变量 $R_{i,j}^k$ 和 0-1 整数变量 $r_{i,j}^k$ 将非线性函数分段线性化,具体步骤如下.

令 $g_{i,j}^1 = \underline{g}_{i,j}$, $g_{i,j}^{N_{i,j}} = \bar{g}_{i,j}$, $\underline{g}_{i,j}$ 、 $\bar{g}_{i,j}$ 分别为第 i 个水库上第 j 个机组的最小、最大发电功率,则有

$$q_{i,j,t} = R_{i,j}^1 q_{i,j}^1 + \dots + R_{i,j}^{N_{i,j}} q_{i,j}^{N_{i,j}} \quad (10)$$

$$\varphi(q_{i,j,t}) = R_{i,j}^1 g_{i,j}^1 + \dots + R_{i,j}^{N_{i,j}} g_{i,j}^{N_{i,j}} \quad (11)$$

其变量约束为

$$\left. \begin{aligned} R_{i,j}^1 &\leq r_{i,j}^1, \quad R_{i,j}^2 \leq r_{i,j}^1 + r_{i,j}^2, \dots, \quad R_{i,j}^{N_{i,j}-1} \leq \\ &r_{i,j}^{N_{i,j}-2} + r_{i,j}^{N_{i,j}-1}, \quad R_{i,j}^{N_{i,j}} \leq r_{i,j}^{N_{i,j}-1} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\sum_{n=1}^{N_{i,j}} R_{i,j}^n = z_{i,j,t} \quad R_{i,j}^n \geq 0 \quad (13)$$

$$\sum_{n=1}^{N_{i,j}-1} r_{i,j}^n = z_{i,j,t} \quad r_{i,j}^n = 0, 1 \quad (14)$$

当 $z_{i,j,t}=0$ 时, 机组处于关机状态, 由式(13)、式(14)知, $R_{i,j}^k=0 (k=1, 2, \dots, N_{i,j}), r_{i,j}^k=0 (k=1, 2, \dots, N_{i,j}-1)$, 由式(8)、式(9)知, 此时机组在所有分段用水量区间 $[q_{i,j}^k, q_{i,j}^{k+1}]$ 上的发电量和发电用水量均为 0; 当 $z_{i,j,t}=1$ 时, 机组处于开机状态, 由式(14)知, 一定存在变量 $r_{i,j}^k=1 (k=1, 2, \dots, N_{i,j}-1)$, 此时机组用水量指向某个分段区间 $[q_{i,j}^k, q_{i,j}^{k+1}]$, 再由式(12)、式(13)知, 一定存在区间 $[q_{i,j}^k, q_{i,j}^{k+1}]$, 其上有 2 个非负变量 $R_{i,j}^k, R_{i,j}^{k+1}$ 满足 $R_{i,j}^k + R_{i,j}^{k+1} = 1$, 使得式(8)、式(9)成立。这样, 通过分段线性插值函数可将非线性水电关系线性化。 $\varphi(q_{i,j,t})$ 与 $g_{i,j,t}$ 之间存在误差, 但通过增加分界点可减小这种误差。

机组出力约束转换式为

$$g_{i,j}^1 z_{i,j,t} \leq g_{i,j,t} \leq g_{i,j}^{N_{i,j}} z_{i,j,t} \quad (15)$$

其他约束参见文献[6]。

通过以上变换, 可将调度模型转换为线性混合整数规划问题, 再调用 CPLEX 软件包可进行求解。

3 调度实现及算例数据分析

CPLEX 优化软件包以内点法为基础, 辅之以分枝定界法, 应用它求解整数规划模型可大大提高效率, 同时可以获得问题的对偶间隙, 并可进行灵敏度分析。

基于本文提出的模型, 对一个包含 3 个水库 12 台机组的水库群水电站短期调度问题进行了测试。水库群的网络连接关系如图 1 所示, 调度时间为 24 h, 各时段的电价见表 1, 各机组的参数见表 2。

测试的环境: CPU P4 2 GHz、内存 512 MB、Microsoft Visual C++ 6.0 开发平台, 通过 ILOG Concert 技术调用 ILOG CPLEX 8.0 优化软件包。

调度结果: 最优目标值为 331 319 元, 运算时间为 0.265 s, 绝对对偶间隙为 0.01。

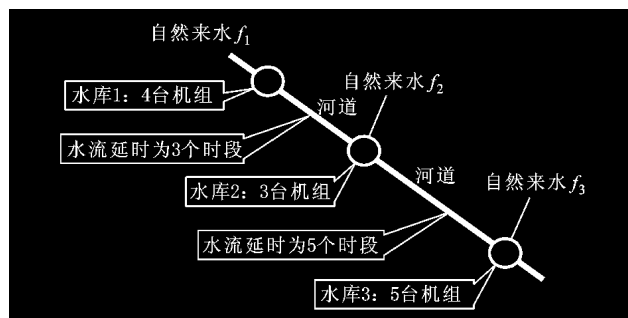


图1 水库群的网络连接关系

限于篇幅, 本文只给出水库 1 各台机组在调度时段的发电量情况, 如图 2 所示。

数据分析表明: 机组调度总是采用效率优先原则, 即水库 1 的 3 号机组(1-3#)效率较低, 在水量不足时首先关停, 而对效率较高的机组, 即水库 1 的 1 号机组(1-1#), 在水量充足时总是在接近装机容量负荷下运行。

系统电价是影响系统总发电量的主要因素, 发电量-电价关系如图3所示。从中看出, 系统总发电

表1 时段电价

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\lambda_t / \text{元} \cdot (\text{MW} \cdot \text{h})^{-1}$	7	8.5	9	10.5	9.5	8	7.5	6	5.5	4	3.5	4.5
t	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$\lambda_t / \text{元} \cdot (\text{MW} \cdot \text{h})^{-1}$	5.5	6.5	7	8	9	10	11	10.5	9	8	7.5	6

表2 各机组物理参数

参量	1-1#	1-2#	1-3#	1-4#	2-1#	2-2#	2-3#	3-1#	3-2#	3-3#	3-4#	3-5#
$u_{i,j}^0$	-5	-4	-3	1	5	-5	3	3	1	-4	-3	5
$\underline{g}_{i,j} / \text{MW}$	100	70	50	60	90	70	20	100	80	50	30	10
$\bar{g}_{i,j} / \text{MW}$	500	450	200	300	400	250	200	500	400	350	250	200
$\underline{\tau}_{i,j} / \text{h}$	3	4	2	3	4	3	1	4	3	3	2	1
$\bar{\tau}_{i,j} / \text{h}$	4	3	2	3	3	2	1	4	4	3	2	1

注: 1-1#~1-4#表示水库 1 的 1~4 号机组; 2-1#~2-3#表示水库 2 的 1~3 号机组; 3-1#~3-5#表示水库 3 的 1~5 号机组。

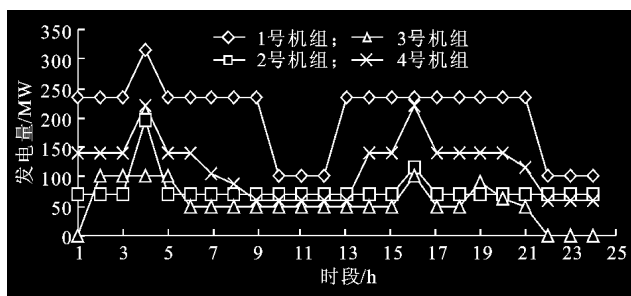


图2 水库1各台机组在调度时段的发电量

量随着电价的变化而变化,2条曲线的变化基本是一致的,即电价高发电量大,电价低发电量少.影响发电量的另一个因素是自然来水.

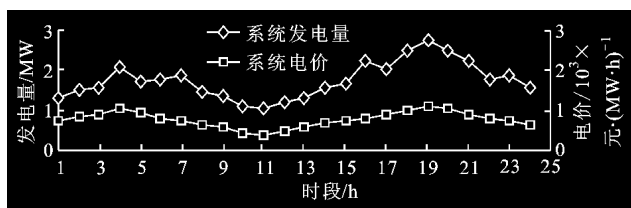


图3 系统总发电量-电价关系

另外,本文测试了不同调度周期下的计算用时,如表3所示.

表3 不同调度周期下的计算用时

周期长度/h	24	48	72	96
CPU 运行时间/s	0.265	0.279	0.298	0.321

从表3中可以看出,随着调度周期的增加,CPU计算时间的增长速度逐渐增大,这与求解整数规划的分枝定界及割平面算法的指数时间复杂度是吻合的.

4 结 论

水电调度问题在数学上是一个 NP 完备问题^[5,10],应用混合整数规划模型求解,模型较易修改,从理论上讲总能找到最优解.对于混合整数规划,求解时要用到分枝定界法且求解时间具有不确定性.当问题规模较大或精度要求较高时,求解时间较长,因此模型直接决定着求解效率.本文在考虑非线性水电转换关系、机组的最小开关机时间、水流延时和河道流量约束等前提条件下,针对水库群多个电站多个机组的短期优化调度建立了一个较为通用的线性混合整数规划模型,并利用 CPLEX 优化

软件包来求解.仿真测试表明,所建模型具有速度快、精度高的特点,能够解决大型水电系统的短期调度问题.

参考文献:

- [1] LI Chao'an, JAP P J, STREIFFERT D L. Implementation of network flow programming to the hydrothermal coordination in an energy management system [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1993, 8(3): 1045-1053.
- [2] RUZIC S, RAJAKOVIC N. A flexible approach to short-term hydrothermal coordination: part I & part II [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1996, 11(3): 1564-1578.
- [3] SWARUP K S, YAMASHIRO S. Unit commitment solution methodology using genetic algorithm [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2002, 17(1): 87-91.
- [4] GUAN Xiaohong, LUH P B, YAN Houzhong, et al. Optimization-based scheduling of hydrothermal power systems with pumped-storage units [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1994, 9(2): 1023-1031.
- [5] NI Ernan, GUAN Xiaohong, LI Renhou. Scheduling hydrothermal power systems with cascaded and head-dependent reservoirs [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1999, 14(3): 1127-1132.
- [6] 翟桥柱. 电力系统优化调度模型与算法研究 [D]. 西安: 西安交通大学电子与信息工程学院, 2005.
- [7] FINARDI E C, da SILVA E L. Unit commitment of single hydroelectric plant [J]. Electric Power System Research, 2005, 75(2/3): 116-123.
- [8] CHANG G W, AGANAGIC M, WRIGHT J G, et al. Experiences with mixed integer linear programming based approaches on short-term hydro scheduling [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2001, 16(4): 743-749.
- [9] WINSTON W L. Operations research mathematical programming [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [10] GUAN Xiaohong, ZHAI Qiaozhu, PAPALEXOPOULOS A. Optimization based methods for unit commitment: Lagrangian relaxation versus general mixed integer programming [C]// 2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2003: 1095-1100.

(编辑 苗凌)